CAPÍTULO

1

MEDIDA DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS

1.1. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

1.1.1. UNIDADES

Los físicos constantemente efectúan medidas de las magnitudes físicas. Cuando medimos cualquier magnitud física le asignamos *un número y una unidad*. Para establecer el número, comparamos con una cantidad de la misma magnitud que se toma como unidad. Como muchas magnitudes están interrelacionadas, se escoge un determinado número de unidades, denominadas *unidades fundamentales,* y a partir de estas se definen las demás, estas son las *unidades derivadas*. Por ejemplo, la velocidad de un automóvil acostumbramos a darla en km/h; esto es a partir de una unidad de longitud y una unidad de tiempo, se trata de una unidad derivada. El conjunto de unidades fundamentales y derivadas constituye un sistema de unidades. Nosotros, normalmente, utilizaremos el *Sistema Internacional de Unidades,* SI. Se trata del sistema más extensamente utilizado en la actualidad. En el SI cada unidad tiene su símbolo. Los nombres de las unidades pueden escribirse en singular y en plural. Pero los símbolos sólo pueden escribirse en singular y sin punto final, por ejemplo m, kg.

1.2. UNIDADES FUNDAMENTALES DEL SI

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro *Definición:* el metro es la longitud que recorre la luz en el vacío en 1/299 792 458 s.	m
Masa	kilogramo *Definición:* el kilogramo es la masa del prototipo de platino iridio que se conserva en el Pabellón de Breteuil, de Sévres.	kg
Tiempo	segundo *Definición:* el segundo es la duración de 9192631770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.	s
Intensidad de corriente eléctrica	amperio *Definición:* el amperio es la intensidad de una corriente eléctrica constante que, mantenida en dos conductores paralelos rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de un metro uno del otro, produce entre estos dos conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de longitud.	A
Temperatura termodinámica	kelvin *Definición:* el kelvin, unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.	K
Intensidad luminosa	candela *Definición:* la candela es la intensidad luminosa, en la dirección perpendicular, de una superficie de 1/600000 m^2 de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino, bajo la presión de 101325 Pa.	cd

1.1.2. MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS

Hay ocasiones en las que la unidad que se ha adoptado para una magnitud no es adecuada, porque resulta demasiado grande o demasiado pequeña. Por ello se ha definido un conjunto de múltiplos y submúltiplos. Para obtener un múltiplo o un submúltiplo se agrega el prefijo correspondiente al nombre de la unidad. Por ejemplo, si agregamos el prefijo kilo (símbolo k) a metro obtenemos un múltiplo 1000 veces mayor, el kilómetro (símbolo km).

No se recomienda el uso de los prefijos hecto y deca.

Al utilizar los prefijos SI se observarán las reglas siguientes:

a) Los símbolos de los prefijos se escriben sin espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad.

b) Si un símbolo que contiene un prefijo está afectado de un exponente, éste indica que el múltiplo o el submúltiplo de la unidad está elevado a la potencia que expresa el exponente; por ejemplo, $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$; $1 \text{ cm}^{-1} = 10^{-2} \text{ m}^{-1}$.

c) No se admiten los prefijos compuestos formados por la yuxtaposición de varios prefijos del SI; por ejemplo, 1 nm, pero no 1 mμm.

Potencia de 10	Prefijo	Símbolo
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

1.3. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

1.3.1. INCERTIDUMBRE EN LAS MEDIDAS

Debemos tener presente que el valor exacto de una magnitud es imposible de conocer, siempre hay una cierta incertidumbre que depende de los aparatos de medida, de los métodos empleados en la medición, de la persona que realiza la medida y de un cierto número de errores aleatorios que pueden surgir en el momento de efectuar la medición. Lo que sí podemos conocer es un intervalo dentro del cual podemos afirmar, con una razonable seguridad, se encuentra el valor de una magnitud, es lo que se conoce como *intervalo de incertidumbre*. Por ejemplo, podemos decir que la masa de un objeto está comprendida entre 53,2 g y 53,6 g; entonces, nosotros a la medida de esta masa le asignamos el valor medio del intervalo que es 43,4 g y, para indicar que está comprendido entre 53,2 g y 53,6 g, escribimos $(53{,}4 \pm 0{,}2)$ g. El valor 0,2 g es lo que se conoce como cota del error absoluto o simplemente *error absoluto*. Podemos suponer que, de estas tres cifras, las dos primeras, el 5 y el 3, es muy probable que sean ciertas y que la tercera, el 4, sea aproximada. Pero no podemos decir nada respecto a las cifras que vienen detrás del 4.

1.3.2. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

La medida del ejemplo anterior la hemos expresado con tres cifras significativas. El 5, que es la de mayor orden de magnitud, es la más significativa; y el 4, que es la de menor orden de magnitud, es la menos significativa. El número de cifras significativas es igual al número de cifras conocidas más una aproximada.

El 1, 2, 3....9 son siempre cifras significativas. El caso del cero es algo más complicado.

— Un cero situado entre dos cifras significativas es siempre una cifra significativa. Por ejemplo, el número 10,7 cm tiene tres cifras significativas.
— Un cero a la derecha de coma decimal es también una cifra significativa. Por ejemplo, el número 20,50 g tiene cuatro cifras significativas.
— El cero no es una cifra significativa, cuando sólo sirve para indicar el orden de magnitud de una determinada cifra. Por ejemplo, hemos medido la masa de un objeto y resulta ser 27 g, si deseamos expresar esta masa en kg escribiremos 0,027 kg; estos ceros no son significativos ya que sólo sirven para situar la coma decimal. Si esta medida deseamos expresarla en mg, escribiremos 27000 mg; estos tres ceros tampoco son significativos, sólo sirven para indicar que el 7 es del orden de las unidades de millar.

1.3.3. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Para evitar las posibles confusiones que pueden originar los ceros no significativos es útil emplear la notación científica en la que el número se expresa como el producto de un número comprendido entre 1 y 10, que contiene todas las cifras significativas, por la potencia de 10 precisa. Por ejemplo, los valores anteriores los expresaremos:

$2{,}7 \cdot 10^{-2}$ kg y $2{,}7 \cdot 10^{4}$ mg respectivamente.

El exponente negativo indica el número de lugares que hemos corrido la coma hacia la derecha, 2 en este caso. El exponente positivo indica el número de lugares que hemos corrido la coma hacia la izquierda, 4 en este caso.

1.3.4. REDONDEO

Para escribir un número con el número de cifras significativas deseado a veces hay que eliminar las innecesarias, esto se hace por redondeo. Para ello hay que fijarse en el dígito de mayor orden de magnitud que se elimina.

— Si este dígito es 5 o superior a 5, el dígito de menor orden de magnitud que se conserva se aumenta en una unidad. Por ejemplo, para redondear el número 3,136 a dos cifras escribiremos 3,14. Al redondear a dos cifras el número 8,75, se obtiene 8,8. El número 4,97 nos da 5,0.
— Si el dígito de mayor orden de magnitud que hay que eliminar es inferior a 5, el último dígito que se conserva se deja igual. Por ejemplo, al redondear a dos cifras el número 9,74, resulta 9,7. El número 8,93, nos da 8,9.

1.3.5. MANEJO DE LAS CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Si utilizamos números que tienen una incertidumbre para calcular los valores de otras magnitudes, los valores que obtengamos también serán inciertos. Existe un conjunto de reglas para el cálculo de errores. Pero hay ocasiones en que no se da el error, sino que el valor de una magnitud se indica con el número de cifras significativas adecuado. En estos casos o sencillamente para evitar el cálculo de errores, se utilizan las *reglas de manejo de las cifras significativas*.

Sumas y restas

El resultado de una suma o de una resta debe expresarse de forma que la cifra menos significativa sea del mismo orden de magnitud que la menos significativa de los números que se suman o se restan. Por ejemplo, la suma de 104,75 g, 0,346 g, 70,3 g será:

$$\begin{array}{r} 104{,}75\ \ \text{g} \\ 0{,}346\ \text{g} \\ \underline{70{,}3\ \ \ \ \ \text{g}} \\ 175{,}396\ \text{g} \end{array}$$

El número que tiene la cifra menos significativa de menor orden de magnitud es 70,3, cuya cifra menos significativa es el 3 que es del orden de las décimas. La suma se redondea de forma que su cifra menos significativa sea también del orden de las décimas, por tanto, la suma será 175,4 g.

Esta norma puede comprenderse con la siguiente prueba. Designaremos con una x las cifras totalmente desconocidas.

$$\begin{array}{r} 45{,}654\ \text{g} \\ 134{,}81\text{x}\ \text{g} \\ \underline{32{,}1\text{xx}\ \text{g}} \\ 212{,}5\text{xx}\ \text{g} \end{array}$$

Al efectuar la suma como ordinariamente hacemos veríamos que sale 212,564 g, siguiendo el criterio que hemos establecido para las cifras significativas que sólo puede haber una cifra incierta, el valor de esta suma lo redondearíamos a 212,5 g.

Es posible que en una resta el resultado tenga menos cifras significativas que el minuendo y el sustraendo. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 2{,}34\ \text{g} \\ -\ 1{,}9\ \ \text{g} \\ \hline 0{,}44\ \text{g} \end{array}$$

El resultado de esta resta es 0,4 g, que tiene una sola cifra significativa.

Para sumar o restar números expresados en notación exponencial es necesario que estén escritos en la misma potencia de 10.

Multiplicación y división

En una multiplicación y en una división el número de cifras significativas es igual al de la cantidad que tenga menos cifras significativas. Ejemplo: 2,354 m/s $\times$ 1,6 s.

$$\begin{array}{r} 2{,}354 \\ \times\ \ \ 1{,}6 \\ \hline 14124 \\ 2354\ \\ \hline 3{,}7664 \end{array}$$

Como el factor que tiene menos cifras significativas tiene dos, el resultado será 3,8 m. Hay ocasiones que se puede escribir una cifra significativa más, pero, por mantener un criterio uniforme, no consideraremos esta posibilidad.

Funciones trascendentes

En las operaciones en las que intervienen funciones trascendentes como las funciones trigonométricas y la función exponencial, el resultado se da con un número de cifras significativas igual a las que tiene el argumento. Por ejemplo, sen 32º = 0,53; cos 45.0º = 0,707; arcsen 0,41 = 24º; log 65 = 1,8; antlog 1,20 = 15,8; $e^{1,25} = 3{,}49$.

Los números y fracciones que aparecen en las ecuaciones no están sujetos a las reglas de las cifras significativas. Por ejemplo, el volumen de una esfera viene dado por la expresión:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

El 4 y el 3 son exactamente estos valores. Por lo que respecta al número π, normalmente la calculadora nos lo da con el suficiente número de cifras significativas como para no influir en el número que se obtiene en el cálculo. En un cálculo manual, habría que tomarlo con un número de cifras significativas tal que este número no influya en el número de cifras significativas del resultado final.

Cálculos intermedios

En cálculos intermedios en los que los resultados obtenidos se han de utilizar en otro cálculo posterior, es conveniente utilizar una cifra más que las que correspondería aplicando las reglas de manejo de cifras significativas. Ejemplo: se ha medido el radio y la masa de una esfera de cobre y se han obtenido los valores 8,3 cm y 21,27 kg, respectivamente. ¿Cuál es la densidad del cobre?

Obtendremos la densidad dividiendo la masa por el volumen.

El volumen de la esfera es:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3;\ V = \frac{4}{3}\pi\,(8{,}3\ \text{cm})^3 = 2{,}39 \cdot 10^3\ \text{cm}^3$$

La densidad será:

$$\rho = \frac{m}{V};\ \rho = \frac{21{,}27 \text{ kg}}{2{,}39 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 8{,}89 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Como el radio de la esfera lo hemos dado con dos cifras significativas, el resultado final deberá tener también dos cifras significativas. Por tanto, diremos que la densidad del cobre es:

$$8{,}9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

1.4. ECUACIÓN DE DIMENSIONES

Una ecuación de dimensiones es una expresión simbólica que expresa la dependencia entre una magnitud y las magnitudes fundamentales a partir de las que se ha definido. En una ecuación de dimensiones, las magnitudes fundamentales se representan mediante letras mayúsculas y la magnitud derivada encerrada entre corchetes. Así, la masa, la longitud y el tiempo se representan por L, M y T, respectivamente. Por ejemplo, el volumen de una esfera viene dado por la expresión $V = 4/3\ \pi\ r^3$. La ecuación de dimensiones del volumen será:

$$[V] = L^3$$

El radio es una longitud y 4/3 y π no tienen unidades. Por tanto la dimensión del volumen es una longitud al cubo. Lo mismo obtendríamos si utilizásemos la expresión del volumen de cualquier otro cuerpo.

Para que una fórmula física sea correcta debe ser *homogénea,* lo que quiere decir que los dos miembros deben tener las mismas ecuaciones de dimensiones. Por ejemplo, la expresión de la posición en un movimiento rectilíneo y uniforme es: $x = x_0 + vt$. La velocidad es el desplazamiento por unidad de tiempo (v/t), por tanto la ecuación de dimensiones de la velocidad será:

$$[V] = LT^{-1}$$

En la ecuación propuesta tendremos:

$$L = L + LT^{-1}\,T;\ \ L = L + L$$

Esta ecuación es dimensionalmente correcta. Cuando una expresión tiene distintos sumandos, las dimensiones de cada uno de ellos han de ser las mismas. Es lo mismo que decir que sólo podemos sumar metros y metros, o kilogramos y kilogramos, o metros por segundo y metros por segundo, etc.

CUESTIONES

1.1. El prefijo nano indica:

a) 10^{-6} *b)* 10^{6} *c)* 10^{-12} *d)* 10^{-9}

1.2. 4,0 10^{2} Pm equivalen a:

a) $4{,}0 \cdot 10^{11}$ Mm *b)* $4{,}0 \cdot 10^{3}$ Em *c)* $4{,}0 \cdot 10^{7}$ Gm *d)* $4{,}0 \cdot 10^{13}$ km

1.3. 3,0 fs equivalen a:

a) $3{,}0 \cdot 10^{3}$ s *b)* $3{,}0 \cdot 10^{5}$ ms *c)* $3{,}0 \cdot 10^{3}$ ns *d)* $3{,}0 \cdot 10^{-15}$ s

1.4. Señalar cuál de las formas siguientes en que hemos expresado la cantidad $2{,}0 \cdot 10^{-9}$ m no es correcta:

a) 2,0 nm *b)* 2,0 mμm *c)* $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ μm *d)* $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ mm

1.5. El cero no puede ser una cifra significativa cuando:

a) Va delante de la coma decimal.

b) Sirve para situar la coma decimal.

c) Está entre dos cifras que no sean ceros.

d) Es la última cifra del número.

1.6. Indicar de cuál de los siguientes números podemos decir que se da con tres cifras significativas:

a) 0,056 m *b)* 2,21 m *c)* 120 m *d)* 0,002 m

1.7. El producto $8{,}202 \cdot 10^{2}$ cm $\times$ $4{,}30 \cdot 10^{3}$ deberemos darlo con:

a) Dos cifras significativas.

b) Cuatro cifras significativas.

c) Tres cifras significativas.

d) Siete cifras significativas.

1.8. El resultado de la operación $\dfrac{(9 \cdot 10^{2})\,(2{,}8 \cdot 10^{6})}{(6{,}3 \cdot 10^{4})}$ es:

a) $4{,}0 \cdot 10^{4}$ *b)* $4 \cdot 10^{4}$ *c)* $1 \cdot 10^{5}$ *d)* $8 \cdot 10^{4}$

1.9. El error relativo se define como la relación entre el error absoluto y la medida. Al medir el volumen de un objeto hemos encontrado un valor de 25,21 cm^{2}, con un error de 0,02 cm^{2}. El error relativo vendrá expresado en:

a) cm^{2} *b)* cm^{3} *c)* no tiene unidades *d)* cm

1.10. Si expresamos el radio de la Tierra y el radio de Júpiter en las mismas unidades, la relación entre estos dos radios depende:

a) De los valores de los radios y de las unidades en que vienen expresados.

b) Sólo de las unidades en que vienen expresados.

c) No depende de nada.

d) De los valores de los radios.

1.11. Indicar cuál de la siguientes expresiones es dimensionalmente incorrecta:

a) $v^2 = 2\,ax$ *b)* $v = v_0 + at$ *c)* $v^2 = v^3 + at$ *d)* $x = v^2/a$

V indica la velocidad, a la aceleración y t el tiempo.

1.12. La aceleración de un móvil viene dada por la expresión $a = k\ t$; donde k es una constante y t el tiempo. Las dimensiones de k son:

a) LT^{-3} *b)* No tiene dimensiones. *c)* L^2 *d)* LT^{-2}

SOLUCIONES

1.1. *d)*
1.2. *a)*
1.3. *d)*
1.4. *b)*
1.5. *b)*
1.6. *b)*
1.7. *c)*
1.8. *b)*
1.9. *c)*
1.10. *d)*
1.11. *c)*
1.12. *a)*

EJERCICIOS PROPUESTOS

1 **El radio de Bohr del átomo de hidrógeno es igual a $5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m. Expresar este valor en pm.**

Sol.: 52,9 pm

2 **La masa de la Tierra es $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg. Expresar este valor en Pg.**

Sol.: $5{,}98 \cdot 10^{12}$ Pg

3 **¿Cuántas cifras significativas se dan en las siguientes cantidades?**

a) 454 g
b) 0,042 cm
c) $1{,}18 \cdot 10^{-4}$ m
d) 0,20 mm
e) 1.030 cm/s
f) 2.300

Sol.: a) 3; *b)* 2; *c)* 3; *d)* 1 ó 2; *e)* 3 ó 4; *f)* 2, 3 ó 4

4 **Redondear los siguientes números a tres cifras significativas y escribirlos utilizando la notación científica:**

a) 4,831 g
b) 126,7 cm
c) 5,675 km
d) 0,0674 m
e) 1534 s
f) 674,12 km/h
g) 39,329 s

Sol.: a) 4,83 g; *b)* $1{,}27 \cdot 10^{2}$ cm; *c)* 5,68 km; *d)* $6{,}74 \cdot 10^{-2}$ m; *e)* $1{,}53 \cdot 10^{3}$ s; *f)* $6{,}74 \cdot 10^{2}$ km/h; *g)* $3{,}93 \cdot 10$ s

5 **Expresar los siguientes números en notación ordinaria:**

a) $2{,}24 \cdot 10^{-2}$ m
b) $1{,}56 \cdot 10^{3}$ g
c) $5{,}67 \cdot 10^{-3}$g
d) $0{,}059 \cdot 10^{4}$ m/s
e) $2{,}72 \cdot 10^{5}$ g

Sol.: a) 0,0224 m; *b)* 1560 g; *c)* 0,00567 g; *d)* 590 m/s; *e)* 272000 g

6 **Efectuar las operaciones siguientes y redondear al número correcto de cifras significativas:**

a) 20,6 g + 25,12 g + 15,032 g
b) 28,2 m + 505 m + 1,732 m
c) 415,5 g + 3,64 g + 0,238 g
d) 7,26 s − 0,2 s
e) 25 kg − 0,20 kg
f) 2,31 km − 1,74 km
g) 2,00 m/s × 102,14 s
h) $1{,}293$ g/cm^3 × $3{,}27$ cm^3
i) $2{,}21$ m/s^2 × 0,3 s
j) 107,87m × 0,610 m
k) 7,24 cm × 8,6 cm
l) 97,52 m/2,54 s
m) $14{,}28$ m^2/0,714 m
n) $0{,}032$ m^2/0,004 m
o) $(4{,}25 \cdot 10^{8}\ \text{m}^2)^{1/2}$

Sol.: a) 60,8 g; *b)* 535 m; *c)* 419,4 g; *d)* 7,1 s; *e)* 25 kg; *f)* 0,57 km; *g)* 204 m; *h)* 4,23 g; *i)* 0,7 s; *j)* 65,8 m^2; *k)* 62 cm^2; *l)* 38,4 m/s; *m)* 20,0 m; *n)* 8 m; *o)* $2{,}06 \cdot 10^4$ m

7 Efectuar las sumas siguientes expresando los sumandos en notación exponencial y dar los resultados utilizando la notación científica:

a) $2{,}25 \cdot 10^6$ m + $64 \cdot 10^6$ m

b) $7{,}89 \cdot 10^{-2}$ km − $4{,}5 \cdot 10^{-2}$ km

c) $2{,}58 \cdot 10^3$ g + $6{,}7 \cdot 10^4$ g

d) $4{,}56 \cdot 10^4$ g + $8{,}9 \cdot 10^6$ g

Sol.: a) $6{,}6 \cdot 10^7$ m; *b)* $3{,}4 \cdot 10^{-2}$ km; *c)* $7{,}0 \cdot 10^4$ g; *d)* $8{,}9 \cdot 10^6$ g

8 Dar los valores de las funciones siguientes con las cifras significativas adecuadas:

a) sen 60º

b) tg 50,1

c) lg 3205

d) ln 0,12

e) e^2

Sol.: a) 0,87; *b)* 1,20; *c)* 3,506; *d)* −2,1; *e)* 7

9 La componente normal de la aceleración de un movimiento circular viene dada por la expresión $a_n = v^2/R$; siendo v la velocidad y R el radio de la circunferencia. Demostrar que esta expresión es dimensionalmente correcta.

10 El período de un péndulo ideal es proporcional a alguna potencia de la longitud y a alguna potencia de la aceleración de la gravedad. Determinar los exponentes de estas potencias.

Sol.: $L^{1/2}$, $g^{-1/2}$